

מכניקה 2015

פרק 19 - יחסות פרטית -

תוכן העניינים

1	1. דינמיקה יחסותית.
4	2. טרנספרמציה לורנץ למיקום וזמן.
6	3. טרנספורמציה לורנץ ל מהירות.
7	4. תרגילים לטרנספרמציה מיקום ומהירות.
10	5. תרגילים לדינמיקה יחסותית.
12	6. תרגילים נוספים.

динמיקה יחסותית:

שאלות:

1) הגעת נויטרון מרחקים

מצא את האנרגיה הדורשה לנויטרון להגיע לכדור הארץ מרחק של 5 שנים אור. בהינתן שזמן החיים של נויטرون הוא 881 שנים והמסה שלו היא: $M_n = \frac{V}{c^2} M_e$.

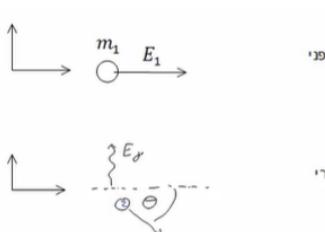
2) התנgesות בסיסית

חלקיק בעל מסה m מתרגש בחלקיק בעל מסה $3m$. חלקיק הראשון אנרגיה כוללת לפני התנגשות $5mc^2$ ונתון כי התנע הכללי שלהם במערכת המעבדה הוא אפס. כתוצאה מההתנגשות שני החלקיקים מושמדים ונוצר חלקיק חדש הנמצא במנוחה.

- מצאו את האנרגיה הקינטית של החלקיק הראשון.
- מצאו את פקטורי לורץ של החלקיקים לפני התנגשות ואת האנרגיה הקינטית של החלקיק השני.
- מצאו את מסת החלקיק הנוצר לאחר ההתנגשות.

3) חלקיק מתפרק לפוטון וחלקיק נוסף

חלקיק בעל אנרגיה כוללת E_1 ומסת מנוחה m_1 נע במעבדה בכיוון החיוויי של ציר ה- x . ברגע מסוים מתפרק החלקיק לפוטון וחלקיק נוסף. אנרגיית הפוטון נתונה E וידוע כי הפוטון נע בציר $-x$, בכיוון החיוויי.



- מהו התנע של החלקיק הראשון לפני ההתפרקות?
- מהי הזוויות של התנע של חלקיק 2 ביחס לציר $-x$?
- מצא מערכת ייחוס חדשה S' שבה הפוטון יפלט בכיוון נגדי לכיוון תנועתו של חלקיק מס' 2.
- מה מהירותה של מערכת זו ביחס למערכת המעבדה?

4) פוטון פוגע בפרוטון ויוצר פיון

פוטון פוגע בפרוטון הנמצא במנוחה במערכת המעבדה. נתונות מסת הפרוטון והפיון M_p, M_π . מהי האנרגיה המינימלית הדורשה לפוטון על מנת שלאחר ההתנגשות ייווצרו פרוטון ופיון (π)?

5) דוגמה - חישוב תנע ואנרגיה קינטית של אלקטرون ופרוטון
 חשבו את התנע והאנרגיה הקינטית של פרוטון ואלקtron בעל אנרגיה של 1GeV במערכת המעבדה.

6) דוגמה - גמה וביטה של אלקטرون
 מסת האלקטרון היא: $9.10938188 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ומהירות האור היא: 299792458 m/sec .
 מצאו בדיק ש 6 ספורות את γ ו- β של אלקטرون שהאנרגיה הקינטית שלו היא: $K = 100.000 \text{ MeV}$ במערכת המעבדה.

7) בטיח של מיליאונים מתפרקים
 מסת מיואון היא פי 207 מסת האלקטרון.
 זמן מחצית החיים הממוצע של מיואון הוא $2.20 \mu\text{s}$.
 מיליאונים נעים ביחס למעבדה בניסוי קלשו.
 זמן החיים הנמדד של המיליאונים ביחס למעבדה הוא: $6.90 \mu\text{s}$.
 מהם β , התנע והאנרגיה הקינטית של המיליאונים ביחידות $\frac{\text{MeV}}{\text{c}}$?

תשובות סופיות:

$$E_n = 1.69 \cdot 10^8 \text{ MeV} \quad (1)$$

$$m_3 = 6.91m_e \quad \gamma_1 = 5, \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{11}{3}}, \quad E_{k_2} = 3mc \left(\sqrt{\frac{11}{3}} - 1 \right) \cdot v \quad E_{k_1=4mc^2} \cdot v \quad (2)$$

$$\tan \theta = -\frac{E_\gamma}{\sqrt{E_1^2 - m_1^2 c^4}} \cdot v \quad \vec{p}_1 = \sqrt{\left(\frac{E_1}{c}\right)^2 - m_1^2 c^2} \cdot \hat{x} \cdot v \quad (3)$$

$$v_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{m_1 c^2}{E_1}\right)^2} \cdot c \cdot v$$

$$E_\gamma = \frac{1}{2m_p} (m_\pi^2 + 2m_\pi m_p) c^2 \quad (4)$$

$$K = 0.999 \text{ GeV}, P = 1 \frac{\text{GeV}}{c} : \text{אלקטرون} \quad (5)$$

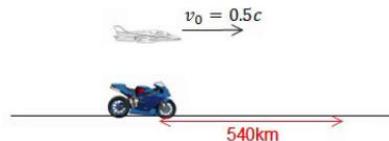
$$K = 0.062 \text{ GeV}, P = 0.347 \frac{\text{GeV}}{c} : \text{פרוטון}$$

$$\gamma = 196.695, \beta = 0.999987 \quad (6)$$

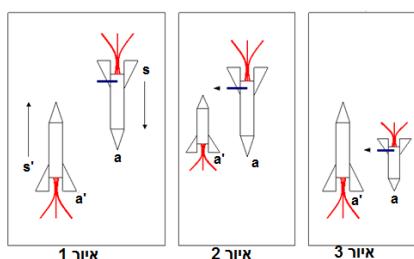
$$\beta = 0.898, P = 314 \frac{\text{MeV}}{c}, K = 226 \text{ MeV} \quad (7)$$

טרנספורמציה לורנץ למיקום וזמן:

שאלות:



- 1) מציאת מהירות ומיקום אופנווע**
 אופנווע נוסע ב מהירות קבועה בקו ישר. צופה על הקרקע מודד כי האופנווע נסע מרחק של 540km.
 צופה הנע ב מטוס מהיר $v = 0.5c$, בכיוון נסיעת האופנווע מודד כי זמן זמן נסיעת האופנווע היה 0.01 שניה.
 א. מצא את מהירות האופנווע ב מערכת כדיה'א.
 ב. מצא את המרחק שעבר האופנווע כפי שמדד הצופה במטוס.



- 2) בדיקת ירי**
 שתי חלליות בעלות אורק מנוח זהה, עוברות זו במקביל זו ב מהירות גובהה.
 בזנב החללית S מצוי תותח המכובן בניצב לכיוון תנועת החללית ולעבר מסלול התנועה של החללית ' s ' (איור 1).
 החללית S מתבצעת בדיקת ירי בתווחה ברגע שהנקודה a בראש החללית מתלכדת עם הנקודה a' (זנב ' s ').
 מכיוון שאורק החללית ' s ' קצר מהאורק העצמי בחללית $-s$ מניחים כי הטיל יפספס את החללית השניה (איור 2).
 אולם במערכת ' s ' אורק החללית S קצר מהאורק העצמי ולכן כאמור a ו- a' מתלכדות האסטרונואוט S יפגע (איור 3).
 ישבי/י את הفرضוקס.

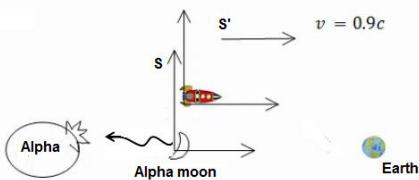


- 3) מוט פולט אוור לסיירוגין**
 מוט בעל אורק l_0 נע ב מהירות v נתונה ביחס לכדיה'א.
 נתון כי $t = 0$ הנקודה השמאלי של המוט נמצא ב- $x = 0$.
 ברגע זה המוט פולט אוור מקצתו הימני.
 לאחר זמן τ המוט פולט אוור מקצתו הימני.
 מצא את הפרש הזמןים כפי שרואה אותם צופה מכדיה'א
 (הפרש הזמןים בין הגעת האור משני המאורעות בראשית).

(4) פיצוץ בכוכב אלפה

החללית אנטרייז יוצאת מכוכב אלפה חוזרת לכדה"א. בדרך היא עוברת ליד הירח של כוכב אלפה ורואה פולס אלקטרו מגנטי חזק יוצא לכיוון הכוכב. ידוע שבירח ישנה קבוצת חייזרים תוקפניים בשם "קליגונים". 1.3 שניות מאוחר יותר היא רואה פיצוץ בכוכב. המרחק בין הכוכב לירח שלו הוא 500 מיליון מטרים כפי שנמדד במערכת החללית. מהירות החללית ביחס לכוכב ולירח היא $c = 0.9c$.

- מהו מרוחץ הזמן בין גילוי הגל לפיצוץ במערכת הכוכב והירח?
- מה משמעות הסימן בהפרש הזמן?
- אם הפולס גרם לפיצוץ או להיפך?

**תשובות סופיות:**

$$(1) \text{ א. } x'_2 = -10.32 \cdot 10^5 \text{ m} \quad \text{ב. } v = 5.65 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

(2) ראה סרטון.

$$(3) \Delta t = \gamma_0 (1 + \beta) \left(\tau - \frac{l_0}{c} \right)$$

$$(4) \text{ א. } t_3 = -3.525 \text{ sec} \quad \text{ב. הפיצוץ היה לפני הגעת הגל לכוכב וגם לפני ירי הגל.}$$

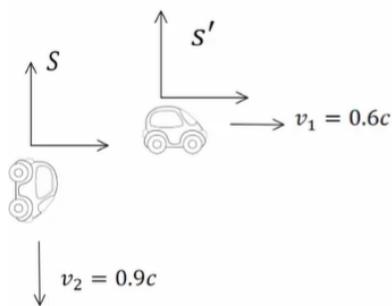
ג. לא יכול להיות שהפיצוץ גרם לירוי של הפולס, $m \cdot 10^8 \cdot 10^8 \text{ m} > 10.575 \cdot 10^8 \text{ m}$

טרנספורמציה לורנץ ל מהירות:

שאלות:

1) מהירות יחסית בין מכוניות

שתי מכוניות נסעות האחת במאונך לשנייה כך שמהירות המכונית הראשונה היא $0.6c$ ומהירות המכונית השנייה היא $0.9c$.
מצא את המהירות היחסית.

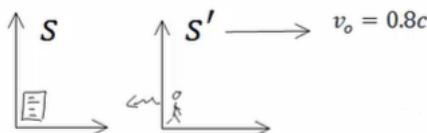


תשובות סופיות:

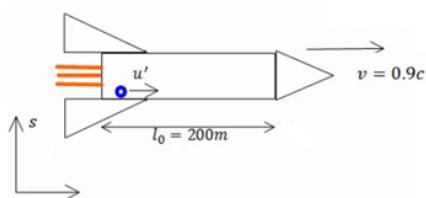
$$v'_{2_x} = -0.6c, v'_{2_y} = -0.72c \quad (1)$$

תרגילים לטרנספורמציה מיקום ומהירות:

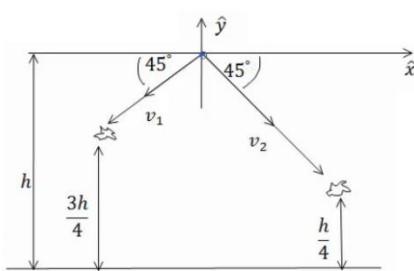
שאלות:



- 1) דודה יוצאה לטיל**
המבחן בפיזיקה התחיל בשעה 00:00 והמשגיחה
יצאה לטיל ב מהירות c (דודה זריזה במיוחד).
לאחר שעה לפיה שעונה היא שולחת לסטודנטים
אות רדיו לסייע את הבדיקה.
כמה זמן ארכה הבדיקה עבור הסטודנטים?



- 2) כדור מתגלגל בחללית**
חללית בעלת אורך עצמי של 200 מטר נעה
ב מהירות c ביחס למערכת אינרציאלית S .
כדור קטן מתגלגל לאורכה ב מהירות $c = u'$ ב
בכיוון ציר x , כפי שנמדד ע"י צופה בחללית.
א. מהי מהירות הכדור כפי שנמדד ע"י צופה ב- S ?
(הבא את התשובה ביחידות של c).
ב. מהו הזמן שייקח לכדור לעבור מקצתו לקצתו של החללית כפי שנמדד ב- S ?
(הבא את התשובה ב מיליוןיות שנייה).
ג. איזה מרחק עבר הכדור לפני צופה במערכת S ? (ביחידות של ק"מ).



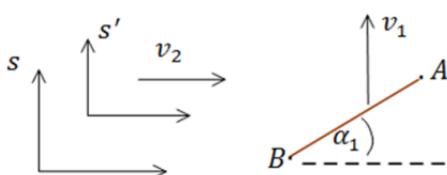
- 3) חלקיקים נוצרים בגובה ומתרפרקים**
שני חלקיקים נוצרים בגובה h מעל הקרקע.
אחד נפלט בזווית 225 מעלות עם ציר ה- x
והשני בזווית 45 – מעלות עם ציר ה- x .

החלקיק הראשון מתרפרק לאחר זמן T בגובה $\frac{3h}{4}$
והחלקיק השני מתרפרק לאחר זמן T_2 בגובה $\frac{h}{4}$.
התעלם מהכבידה בבבואה.

- א. הביא את מהירותי החלקרים באמצעות h ו- T .
ב. מצא את זמן החיים העצמי של כל חלקיק (זמן החיים במערכת המנוחה).
ג. מצא מערכת ' s' הנעה בכיוון החיובי של ציר ה- x בה התפרקויות
מתרחשות באותו הזמן.
ד. מה המרחק בין התפרקויות במערכת ' s' ?

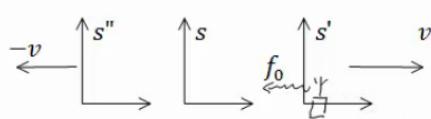
4) מיוואו מתפרק ליד אלקטרון

- מיוואו (μ) נוצר ברגע מסוים ונע ב מהירות $c_0 = 0.7c$ ביחס לקרקע.
- המיואו מתרפרק לאחר שגע 3 ק"מ ממקום היוצרו.
- כמה זמן חי המיוואו במערכת העצמית שלו?
 - אלקטרון נע במקביל למיוואו וב מהירות $c_0 = 0.5c$ ביחס למעבده.
 - מהי מהירות המיוואו ביחס לאלקטרון?
 - איזה מרחק נע המיוואו ביחס לאלקטרון.

**5) זווית של מוט נע**

מוט בעל אורך 1 (לא נתון) נע ב מהירות v_1 בכיוון ציר ה- y ביחס לצופה הנמצא במעבדה. הצופה במעבדה מודד זווית α_1 של המוט ביחס לציר ה- x .

איזו זווית ימודד צופה הנע ב מהירות \hat{v}_2 ביחס למעבדה?

**6) תדר יחסי**

במערכת s' הנעה ב מהירות v ביחס למערכת המעבדה S , נמצא משדר רדיו הפולטאותות בترددות f_0 ?

- מה תהיה התדריות שתיקלט במעבדה?
- מה תהיה התדריות שתיקלט במערכת s' הנעה ב מהירות $\hat{v} = -v$ ביחס למעבדה?

תשובות סופיות:

$$\Delta t = 1.08 \cdot 10^4 \text{ sec} \quad (1)$$

$$x_1 = 10.78 \text{ km} . \lambda \quad t_1 = 39.62 \mu\text{s} . \beth \quad v_x = 0.907c . \aleph \quad (2)$$

$$\tau_1 = T \sqrt{1 - \frac{h^2}{8T^2c^2}}, \quad \tau_2 = 2T \sqrt{1 - \frac{9h^2}{64T^2c^2}} . \beth \quad v_1 = \frac{h}{2\sqrt{2}T}, \quad v_2 = \frac{3h}{4\sqrt{2}T} . \aleph \quad (3)$$

$$d'^2 = \frac{\frac{5h^4}{4} - 3c^2T^2h^2 + c^4T^4}{h^2 - c^2T^2} . \beth \quad v_0 = \frac{c^2T}{h} . \lambda$$

$$\Delta x_{12} = 0.98 \text{ km} . \lambda \quad V_{12} = 0.31c . \beth \quad \tau = 10^{-5} \text{ sec} . \aleph \quad (4)$$

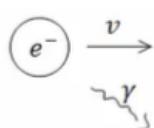
$$\tan \alpha' = \gamma_2 \left(\tan \alpha_1 + \frac{v_1 v_2}{c^2} \right) \quad (5)$$

$$f'' = \sqrt{\left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^2} f_0 . \beth \quad f_s = \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} f_0 . \aleph \quad (6)$$

תרגילים לדינמיקה יחסותית:

שאלות:

- 1) **חלקיק מתפרק לשני חלקיקים**
 חלקיק בעל מסה m הנמצא במנוחה מתפרק לשני חלקיקים בעלי מסות מנוחה m_1 , m_2 .
 מה יהיה האנרגיה והתנע של החלקיקים שנוצרו? (כל המסות נתונות).



- 2) **אלקטرون חופשי פולט פוטון**
 הראו כי אלקטرون חופשי הנע בזווית איינו יכול לפולט פוטון בודד.

- 3) **התנגשות חלקיקים זהים ויצירת חלקיקים**
 חלקיק בעל מסת מנוחה m פוגע בחלקיק זהה לו הנמצא במנוחה. כתוצאה מההתנגשות נוצרים שני חלקיקים בעלי מסות מנוחה m_1 ו- m_2 .
 מצא את אנרגיית הסף לייצור ריאקציה זו. (הנחה: $m_1 + m_2 > 2m$).

- 4) **פיון מתפרק**
 פיוון (π^+) מתפרק למיאוון חיובי ($M_\mu = 160Me \frac{c}{c^2}$) לפני ההתקפרוקות
 וניטרינו חסר מסה.
 מצא את מסת המנוחה של הפיוון אם למיאוון אנרגיה קינטית של $5MeV$.

- 5) **פוטון מתנגש אלסטי באלקטרון**
 אלקטרון נע במהירות v ומתנגש בפוטון בעל אנרגיה E_γ הנע ל夸רכטו.
 מצא את הערך של v אם ידוע כי הפוטון מוחזר באותו אנרגיה בה פגע.
 הנה כי מסת האלקטרון ידועה.

תשובות סופיות:

$$, E_1 = m_1 c^2 \gamma_1 = \frac{c^2}{2m} (m^2 + m_1^2 - m_2^2) , p_1 = c \sqrt{\frac{1}{2m} (m^2 + m_1^2 - m_2^2)^2 - 1} \quad (1)$$

$$E_2 = m_2 c^2 \gamma_2 = \frac{c^2}{2m} (m^2 + m_2^2 - m_1^2) , p_2 = m_2 c \sqrt{\gamma_2^2 - 1} = c \sqrt{\frac{1}{2m} (m^2 + m_2^2 - m_1^2)^2 - 1} \quad (2)$$

שאלת הוכחה.

$$E_{\min} = \frac{1}{2m} c^2 ((m_1 + m_2)^2 - 2m^2) \quad (3)$$

$$M_\pi = 144 \frac{MeV}{c^2} \quad (4)$$

$$v = c \left| 1 - \left(\left(\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \right)^2 + 1 \right)^{-1} \right|^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) פוטון מתנגן ומעבר למרכז מסה



פוטון עם אנרגיה E_0 מתנגן אלסטית עם חלקיק בעל מסה m הנמצא במנוחה (במערכת המעבדה).

- מצא את מהירות מערכת מרכז המסה של המערכת פוטון פלוס חלקיק.
- מצא את התנוע והאנרגיה של החלקיק והפוטון לפני התנגשות במערכת מרכז המסה.
- מצא את התנוע והאנרגיה של הפוטון והחלקיק אחרי התנגשות אם ידוע שהפוטון מפוזר בזווית θ ביחס לכיוון בפגיעה במערכת מרכז המסה (ראה איור).
- מהם האנרגיה והערך המוחלט של התנוע של הפוטון והחלקיק לאחר ההתנגשות במערכת המעבדה?
- מצא את הזווית θ עבורה האנרגיה של הפוטון במערכת המעבדה תהיה מינימלית.

2) שאלת 1

נתונים שני גופים הנעים בניצב זה לזה. ידוע כי מסת הגוף זהה ושווה ל- M , וכן כי התנעים של הגוף הם : p_1, p_2 .

ברגע מסוים, הגוף מתנגשים ומופיעים ארבעה גופים חדשים. מסות הגוף החדש שנוצרו הן : $m, 2m, 3m, 4m$. מהו m המקסימלי האפשרי?

$$\text{נתון : } p_1 = 6Mc, p_2 = 17Mc$$

3) שאלת 2

נתונים שני חלקיקים בעלי מסה m , וכן נתונות האנרגיות שלהם E_1, E_2 . החלקיקים נעים זה אל עבר זה, ומתנגשים.

חשבו את מסת החלקיק M הנוצר כתוצאה מהתנגשות החלקיקים. נתון : $E_1 = 4mc^2, E_2 = 7mc^2$.

4) שאלה 3

שתי חלליות יוצאות מאותה נקודת, בכיוון ניצב אחת לשנייה.

חללית א' טסה ב מהירות v_1 , וחללית ב' טסה ב מהירות v_2 .

חשבו את וקטור המהירות של חללית ב' ביחס לחללית א'.

$$\text{נתון : } v_1 = 0.8c(+\hat{x}), v_2 = 0.9c(-\hat{y})$$

5) שאלה 4

חלקיקים 1,2 נוצרים במעבדה ונמצאים במנוחה.

ידוע לגבי זמני החיים שלהם כי: $t_2 = 0.75t_1$ (במצב מנוחה חלקיק 2 נעלם

לפני חלקיק 1).

מהי המהירות אליה יש להאיץ את חלקיק 2, כדי שלא ידעך לפני חלקיק 1?

6) זריקה אופקית יחסותית

מסלולו של חלקיק במערכת S נתון ע"י: $y = \frac{1}{2}at^2$, $y = vt$, $x = at$ כאשר a , v קבועים ידועים.

מצא את תאוצת החלקיק במערכת S הנעה ב מהירות v בכיוון ציר ה- x ביחס ל- S .

תאר את צורת המסלול בשתי המערכות (v אינה זינחה ביחס ל מהירות האור).

תשובות סופיות:

$$v_{c.m} = \frac{E_0 \cdot c}{mc^2 + E_0} \text{ נ. } \quad (1)$$

ב. פוטון לפני ההתנגשות:

$$E'_{pH} = E_0 \sqrt{\frac{mc^2}{2E_0 + mc^2}}, P'_{pH} = \frac{E_0}{c} \sqrt{\frac{mc^2}{2E_0 + mc^2}}$$

חלוקת לפני ההתנגשות:

$$E'_m = mc^2 \left(\frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{m^2 c^4 + 2E_0 mc^2}} \right), P'_{m_x} = \frac{-mE_0 c}{\sqrt{m^2 c^4 + 2E_0 mc^2}}$$

פוטון אחרי ההתנגשות: אותו דבר כמו לפני ההתנגשות.

חלוקת אחרי ההתנגשות: אותו דבר כמו לפני ההתנגשות.

כיוון התנועה: $\vec{P}_{pH} = (P(-\cos \theta), P \sin(\theta), 0), \vec{P}_m = -\vec{P}_{pH} = (P \cos \theta, P \sin \theta, 0)$

$$E'_m = mc^2 \left(\frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{m^2 c^4 + 2E_0 mc^2}} \right), |P_m| = \sqrt{\left(\frac{E_m}{c} \right)^2 - m^2 c^2} \text{ ג.}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ ד.}$$

$$m_{max} \approx 1.45M \quad (2)$$

$$M \approx \sqrt{112}m \quad (3)$$

$$\vec{v} = (-0.8c, -0.54c, 0) \quad (4)$$

$$v \approx 0.66c \quad (5)$$

$$x' = 0, y' = \frac{1}{2} a \gamma_0^2 t'^2 \quad (6)$$